

Ableitungsregeln

1) $f(x) = c$ (konstante Funktion)

Berechnung der Ableitung mit Hilfe des Differenzialquotienten:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{c - c}{x - x_0} = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0$$

2) $f(x) = x$

Berechnung der Ableitung mit Hilfe des Differenzialquotienten:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1$$

3) $f(x) = x^2$

Berechnung der Ableitung mit Hilfe des Differenzialquotienten:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - x_0^2}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x - x_0)(x + x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} (x + x_0) = 2x_0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$\text{Es gilt: } f(x) = x^n \quad \Rightarrow \quad \frac{df(x)}{dx} = f'(x) =$$

4) $f(x) = \frac{1}{x}$

Berechnung der Ableitung mit Hilfe des Differenzialquotienten:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{x_0 - x}{x \cdot x_0}}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x_0 - x}{x \cdot x_0 (x - x_0)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{-1}{x \cdot x_0} = -\frac{1}{x_0^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Zusammenhang mit der Potenzregel:

$$f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \quad f'(x) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$5) u(x) = f(x) \pm g(x)$$
$$u'(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

$$6) u(x) = a \cdot f(x)$$
$$u'(x) = a \cdot f'(x)$$

Aufgaben:

1) $f(x) = 4x^3$

2) $f(x) = 5x^2 + 7$

3) $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 7x + 3$

4) $f(x) = 3ax^4$

5) $f(x) = t^2x^3 - 2tx^2 + 7t$

6) $f(t) = t^2x^3 - 2tx^2 + 7t$

7) $f(a) = -3a^5 + 5a^4 - 13a^2 - 2a + 5$

8) $f(x) = 3tx^3 - 7tx^2 - 3t$

9) $f(a) = 3a^3x^4 - 11xa^2 + 6xa$

Lösungen zu den Aufgaben:

1) $f'(x) = 12x^2$

2) $f'(x) = 10x$

3) $f'(x) = -3x^2 + 8x - 7$

4) $f'(x) = 12ax^3$

5) $f'(x) = 3t^2x^2 - 4tx$

6) $f(t) = 2tx^3 - 2x^2 + 7$

7) $\frac{df(a)}{da} = -15a^4 + 20a^3 - 26a - 2$

8) $f'(x) = 9tx^2 - 14tx$

9) $\frac{df(a)}{da} = 9a^2x^4 - 22xa + 6x$